**HELYI TANTERV**

**MATEMATIKA**

**9-10. évfolyam**

**heti 3-3 óra**

**A, B**

**2024**

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztethetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

**9–10. évfolyam**

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

**Kerettantervi megfelelés** 2020-as NAT –hoz illeszkedő kerettanterv alapján készült helyi tanterv.

A kerettanterv\* által meghatározott 20 %-os szabad mozgásteret kiegészítő tananyagok feldolgozására és a megtanított ismeretek elmélyítésére , gyakorlására, számonkérésre használjuk fel.

*Az egyes témakörökben dőlt betűvel jelöltük ezeket a plusz tananyagtartalmakat.*

\* <https://www.oktatas.hu/kozneveles/kerettantervek/2020_nat/kerettanterv_gimn_9_12_evf>

*A Kormány 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelete a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról*

**Heti és éves óraszámok**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **9. évf.**  | **10. évf.**  |
| Kerettantervi óraszámok alapján heti /éves  | 3 /108  | 3/108  |
| **Helyi tantervi óraszámok alapján heti/éves**  | **3/108**  | **3/108**  |

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Témakörök a 9-10. évfolyamon**  | Kerettanterv javasolt óraszám (9-10)  | **Helyi tantervi** **óraszámok** **9. évf.**  | **Helyi tantervi** **óraszámok** **10. évf.**  |
| Halmazok  | 10  | 10  | 0  |
| Matematikai logika  | 10  | 3 | 10  |
| Kombinatorika, gráfok  | 12  | 4  | 12  |
| Számhalmazok, műveletek  | 8  | 6  | 0  |
| Hatvány, gyök  | 14  | 6  | 8  |
| Betűs kifejezések alkalmazása  | 10  | 10  | 0  |
| Arányosság, százalékszámítás  | 12  | 10  | 0  |
| Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek  | 18  | 18  | 0  |
| Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek  | 12  | 0  | 16  |
| A függvény fogalma, függvénytulajdonságok  | 16  | 8  | 8  |
| Geometriai alapismeretek  | 8  | 4  | 0  |
| Háromszögek  | 16  | 9 | 10  |
| Négyszögek, sokszögek  | 10  | 3 | 5  |
| A kör és részei  | 10  | 3  | 5  |
| Transzformációk, szerkesztések  | 20  | 8  | 10  |
| Leíró statisztika  | 10  | 2  | 10  |
| Valószínűségszámítás  | 8  | 0 | 8  |
| Kerettanterv szerinti összes  | 204  | 104  | 102  |
| Számonkérés, év végi ismétlés, értékelés  | 12  | 4  | 6  |
| **összesen:**  | **216**  | **108**  | **108**  |

1. **évfolyam**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Halmazok**  | **Óraszám 10**  |
| **Előzetes tudás**  | Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok. |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Különböző dolgok, tárgyak, elemek, fogalmak adott szempont szerinti csoportosítása, rendezése, összefüggések keresése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
|  Halmazok megadása különböző módokon. Halmazműveletek 2-3 halmazra: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, komplementer halmaz. Definíciók megfogalmazása, megértése. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.  | Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása. Konkrét dolgok csoportosítása adott, vagy a tanulók által javasolt szempontok szerint. Szituációs játék, barkochba játék egy-egy halmaz, vagy egy-egy elem kitalálására.  | Informatika: adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.  Biológia-egészségtan: rendszertan.  |
| Halmazok számossága. Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok. Logikai szita módszere 2-3 halmaz elemszámának meghatározásához. n elemű halmaz részhalmazainak a száma.  | A „végtelen szálloda” mint modell. Mindennapi életből vett feladatok.  |  Magyar nyelv és irodalom: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | alaphalmaz, részhalmaz, üreshalmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram, halmazműveletek, halmazok elemszáma, logikai szita.  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * halmazokat különböző módon megad
* halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi
* alkalmazza a logikai szita elvét
* véges halmazok elemszámát meghatározza
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Matematikai logika**  | **Óraszám** **3**  |
| **Előzetes tudás**  | Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Állítás logikai értékének megállapítása (igaz-hamis) feladatokban. Állítás tagadása egyszerű feladatokban. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe  | Hétköznapi életből vett feladatok megoldása. Más tantárgyakból vett feladatok illetve a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.  |  Magyar nyelv és irodalom: retorikai alapismeretek Szövegértés bármely tantárgyban.   |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| A „nem” , az „és” , a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása. A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értéke és tagadása.   |  Stratégiai és logikai játékok, pl. „Einstein-fejtörő” Érvelés, vita   |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  |  igaz-hamis, „nem”, ”és”, „vagy…, vagy”, „ha…, akkor”,  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | A tanuló lássa a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; Tudja megállapítani egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; Tudjon egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Kombinatorika, gráfok**  | **Óraszám** **4**  |
| **Előzetes tudás**  | Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
|  Egyszerű sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása. Az összeszámlálás technikáinak megértése, összeszámlálási modellek alkalmazása. Esetszétválasztás és a szorzási elv alkalmazása    | Hétköznapi életből vett feladatok megoldása rendszerezett leszámlálással. Hibakeresés kombinatorikai feladatokban, azok javítása   |  Sport: csapatjátékok  |
|  Gráf alkalmazása konkrét hétköznapi matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.  | Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal   | Kémia: molekulák szerkezete. Sport. csapatjátékok szemléltetése  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  |  gráf , gráf csúcsa, él, fokszám, sorba rendezés, ismétlődés, kiválasztás  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására rendszerezéssel
* Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására matematikai problémákban
* Összeszámlálási modellek alkalmazására feladatok megoldásában
* Gráfok alkalmazására konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Számhalmazok, műveletek**  | **Óraszám** **6**  |
| **Előzetes tudás**  | Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban. Műveletek előjeles számokkal. Műveletek sorrendje, zárójelek használata.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Számhalmazok felépülése. Racionális számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Átírás. Irracionális számok. A valós számkör. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, zárójelek helyes használata. A valós számok és a számegyenes kapcsolata.  | Számológép helyes használatának elsajátítása, pl. műveleti sorrend, zárójelek, előjelek. Egyszerű szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel, hallás és olvasás alapján. Tanulói kiselőadás helyiértékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásáról.  |   Természettudományok: mértékegységek, nagyságrendek.  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Számok abszolútértéke, ellentettje, reciprok. Adott jegyre kerekítés, észszerű kerekítés.  | Becslés, nagyságrendek ellenőrzése. Tanteremben végzett mérések esetén megfelelő kerekítés.  |   |
| Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.  | Matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | Racionális szám, irracionális szám, valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, abszolútérték, ellentett, reciprok, nyílt intervallum, zárt intervallum  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * műveleti azonosságok helyes használata
* racionális számokat tizedestörtbe és rendes törtbe is felír
* ismeri az intervallumokat, abszolútérték, ellentett és reciprok fogalmát
* a számolással kapott eredményt nagyságrendileg megbecsüli, - megfelelően kerekít
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Hatvány, gyök**  | **Óraszám** **6**  |
| **Előzetes tudás**  | Hatványozás pozitív egész kitevőre. A négyzetgyök fogalma.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen.  | A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.  | Fizika; kémia; biológia- a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Hatványozás Pozitív egész, 0, és negatív egész kitevőre. Hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése. hatványazonosságok bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevőre.  | Csoportmunka: papírlap hajtogatási feladat 2,3,5 hatványainak felismerése  | Természettudományok: mértékegységek törtrészei és többszörösei.  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | normálalak, hatványalap, hatványkitevő, négyzetgyök  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | - ismeri és alkalmazza az egész kitevős hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait - ismeri és alkalmazza a normál alakot  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során**  | **Óraszám** **10**  |
| **Előzetes tudás**  | Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. A kifejezés értelmezési tartománya. Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.  |   |  Fizika; kémia: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával  | „Gondolj egy szára és én kitalálom” játék, matematika bűvésztrükkök algebrai magyarázata  |   |
| Nevezetes azonosságok: *(a+b)*2 ; *(a-b)*2,; (*a +b)(a -b* ), *további nevezetes azonosságok* Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása.  Egyszerű másodfokú polinom teljes négyzetté alakítása.  | Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése. Nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése. Számolási „trükkök” fejben, azonosságok segítségével.  |   |
| *Oszthatóság, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös fogalma*  |   |   |
| Azonos átalakítások.  Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során.  |   |  Fizika; kémia: képletek értelmezése, egyenletek rendezése.  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | összeg, tag, tényező, egynemű kifejezés, együttható, polinom, teljes négyzet, algebrai tört, azonosság, osztó, prímszám, összetett szám  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * műveleteket végez algebrai kifejezésekkel,
* ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat,
* átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Arányosság, százalékszámítás**  | **Óraszám** **10**  |
| **Előzetes tudás**  | mértékegységek átváltása, egyenes arányosság, fordított arányosság  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Az egyenes és a fordított arányosság definiálása és grafikus ábrázolása. Arányossági feladatok megoldása. Legyen stabil a százalék fogalma. Százalékszámítással kapcsolatos feladatok megoldása.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Egyenes és fordított arányosság fogalma. Alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során. Grafikon felismerése, készítése Mindennapi életből vett mennyiségpárok.  | Gyűjtőmunka (egyéni, csoportos): szakácskönyvek, gépjárműkatalógusok stb. tanulmányozása, arányosságok keresése.  | Fizika: egyenes és fordított arányos mennyiségek. pl. Út-idő grafikon , nyomástérfogat grafikon  |
| Százalékszámítási feladatok Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó egyszerű feladatok   | Háztartási számlák elemzése az azokban megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevétele. Törtrészek és százalék közötti kapcsolat, egyszerű százalékok fejben gyakoroltatása.  | Fizika, kémia, földrajz, informatika: százalékszámítási feladatok, százalékos adatok értelmezése. Keveréses feladatok. Állampolgári ismeretek: THM, EBKM fogalma.  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | egyenes arányosság, fordított arányosság, százalék alap, százalékláb, százalékérték  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * ismeri a százalék alap, -érték, -láb, -pont fogalmát
* ismeri és alkalmazza az egyenes és fordított arányosságot
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek**  | **Óraszám** **18**  |
| **Előzetes tudás**  | Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalma. Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása, algebrai azonosságok alkalmazása.  | Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportban.  |   |
| Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége. Törtek előjelének vizsgálata.  |   |   |
| Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.  | Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során  |   |
| Elsőfokú egyenletrendszerek: Grafikus megoldás, behelyettesítő módszer, egyenlő együtthatók módszere. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata  | Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata.   | Informatika: számítógépes program használata.  |
| Egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvvel és grafikusan.   | Nyílt végű problémák megoldása  |   |
| Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása  | Út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok  | Fizika: kinematika, dinamika.  Kémia: oldatok összetétele  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | Alaphalmaz, megoldáshalmaz, ellentmondás, azonosság, értelmezési tartomány, mérlegelv, ekvivalens átalakítás, hamis gyök.  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * ismeri és alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás
* tud megoldani elsőfokú egyenletet, egyenlőtlenséget, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszert
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok**  | **Óraszám** **8**  |
| **Előzetes tudás**  | Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény,.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés.   | Összetett, valódi helyzetekkel, kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában  | Földrajz, pénzügyi ismeretek: demográfiai, pénzügyi grafikonok  |
| Függvény fogalma. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Függvények ábrázolása táblázat alapján. Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására. A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása  |  Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.    |  Informatika: függvényábrázolás, grafikonkészítés.  |
| Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása  | Hétköznapi tevékenységekhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (pl. út-idő az iskolába való eljutáshoz)  | Fizika; kémia: egyenesen arányos mennyiségek.  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Abszolútérték-függvény Másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény. (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai Hozzárendelési utasítás leolvasása grafikonról.  |   | Fizika; kémia: fordítottan arányos mennyiségek.  |
| Függvény-transzformációk. - A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: *f (x)+c* ; *f (x +c)*; *c* *f (x)*; |*f (x)|*. Helyettesítési érték számolása, f(x)=c alapján x meghatározása  |   |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás  |
| **Továbbhaladás feltételei**  | * képlettel adott függvény hagyományosan és digitálisan ábrázol
* megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket
* adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, azokat táblázatba rendezi - grafikonról leolvas alapvető tulajdonságokat
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Geometriai alapismeretek**  | **Óraszám** **4**  |
| **Előzetes tudás**  | Térelemek, illeszkedés. Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, hajlásszöge. Alapszerkesztések.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. Síkbeli és térbeli analógiák felfedezése. A valóság tárgyainak jellemzése a geometriai fogalmak segítségével, absztrakciós képesség fejlesztése.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
|  Pont, egyenes, sík kölcsönös helyzete Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolsága, hajlásszöge.  | Osztályteremben „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezen távolságok megmérése. Méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése  |  Földrajz: térképészet, arányos távolságok meghatározása Képzőművészet, kertészet, szabás- varrás.  |
| Szögfajták, szögek szerkesztése, szögmásolás. Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek  |   |   |
| Nevezetes ponthalmazok. Szakaszfelező merőleges és szögfelező, mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete. Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata.  | Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel.  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, szögfelező, szakaszfelező merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek  |
| **Továbbhaladás feltételei**  | * ismeri a térelemek kölcsönös helyzetét és alkalmazza feladatokban
* ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait
* alapszerkesztéseket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Háromszögek**  | **Óraszám** **9**  |
| **Előzetes tudás**  | Háromszögek tulajdonságai, speciális háromszögek elnevezései és tulajdonságai. Mértékegységek helyes átváltása. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel ismerete. Háromszög területe.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| A háromszög oldalai, szögei és oldalai valamint szögei közötti összefüggések. Háromszög-egyenlőtlenség. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban Speciális háromszögek tulajdonságai, szabályos, egyenlő szárú, derékszögű.  |  Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzatokká.   |   |
| A háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak , tételek ismerete és alkalmazása: A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. A háromszög súlyvonalai, súlypontja. A háromszög középvonalai Oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása.  |  A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában.  |   |
| Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása. Számítási feladatok síkban és térben.  | Derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása Pitagorasz –tételnek megfelelően.  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt és beírt kör  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | -ismeri és alkalmazza a háromszögre vonatkozó ismereteket, - ismeri és alkalmazza a Pitagorasz –tételt és megfordítását  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Négyszögek, sokszögek**  | **Óraszám** **3**  |
| **Előzetes tudás**  | Speciális négyszögek fogalmának, sokszög fogalmának ismerete. Négyszögek külső és belső szögeinek összegére vonatkozó tételek ismerete.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Ismerje és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket tudja kiszámítani; Ismerje és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; tudja kiszámítani a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét. Átdarabolással tudja kiszámítani a sokszögek területét.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Négyszögek Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságai. Belső és külső szögekre vonatkozó tételek  |   |   |
| Sokszögek. Szabályos sokszög fogalma. Átlók száma konvex sokszögeknél átlók száma, külső és belső szögösszegre vonatkozó tételek, azok bizonyítása és alkalmazása.  | Belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög  |
| **Továbbhaladás feltételei**  | ismeri és alkalmazza a négyszögekre és sokszögekre vonatkozó ismereteket ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait,  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **A kör és részei**  | **Óraszám** **3**  |
| **Előzetes tudás**  | Kör definíciója, kerülete, területe  |  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Ismerje a körérintő fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral; Ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását. Bizonyítási igény kialakítása.  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Thalész tétele és a tétel megfordításának ismerete és alkalmazása. A Thalész-tétel bizonyítása  | Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával. Állítás, és megfordításának gyakorlása  | Fizika: látószög fogalma  |
| Kör érintője és az érintési pontba húzott sugár merőlegessége. A külső pontból húzott érintőszakaszok tétele. *Körérintő szerkesztése.*  |   | Fizika: a körmozgást végző test sebessége  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, látószög  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * ismeri és alkalmazza Thalész –tételét és megfordítását
* ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral, az érintőszakaszok egyenlőségét
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Transzformációk, szerkesztések**  | **Óraszám** **8**  |
| **Előzetes tudás**  | Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, párhuzamos eltolás, forgatás. Szimmetrikus alakzatok.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A transzformációk során megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás. Vektorok fogalma, párhuzamos eltolás. Egybevágósági transzformációk tulajdonságai: Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása. Egyszerű szerkesztési feladatokmegoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diszkusszió.  | Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésre, pl. fényképezés, filmvetítés.  Tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok páros munkában.  | Fizika: vektormennyiségek, vektorműveletek  Fizika: elmozdulásvektor, forgások. Földrajz: bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.  |
| Az egybevágóság fogalma. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Alakzatok egybevágósága.  | Sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével.  |   |
| Szimmetrikus alakzatok. Egybevágó alakzatok, szimmetriák felismerése A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.  | Escher és Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából.  | Vizuális kultúra: kifejezés, képzőművészet, művészettörténeti stíluskorszakok Biológia-egészségtan: az emberi test síkjai, szimmetriája. Építészeti alkotások  |
| Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása feladatokban, tételek bizonyításában.  | Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diszkusszió.  |  |
| A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.  |   |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| **Továbbhaladás feltételei**  | * ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket
* ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát
* megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját hagyományosan és digitális eszközzel
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Leíró statisztika**  | **Óraszám** **2**  |
| **Előzetes tudás**  | Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, százalékszámítás.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása hagyományos és internetes forrásból. Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel. Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont. Adatok értelmezése, következtetések levonása. Grafikus manipulációk felismerése és javítása   | Adatgyűjtés megtervezése, pl. forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés lebonyolítása. A statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, eredmények szemléltetése, értékelése tanulói kiselőadás formájában.  | *Földrajz*: időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.  *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).  *Informatika*: adatkezelés,  |
|  |  | adatfeldolgozás, megjelenítés.  | információ- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz.   | Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy jellemezhetők-e az ismert középértékekkel.  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz.  |  |
| **Továbbhaladás feltételei**  | * Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására. - Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
* Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait
 |  |

1. **évfolyam**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Matematikai logika**  | **Óraszám** **10**  |
| **Előzetes tudás**  | Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása. Állítás logikai értékének megállapítása (igaz-hamis) feladatokban. Állítás tagadása egyszerű feladatokban. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe  | Hétköznapi életből vett feladatok megoldása. Más tantárgyakból vett feladatok illetve a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.  |  Magyar nyelv és irodalom: retorikai alapismeretek Szövegértés bármely tantárgyban.   |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| A „nem” , az „és” , a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása. A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értéke és tagadása. A „ Ha …akkor” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értéke és tagadása.  |  Stratégiai és logikai játékok. „Szigetlakó”, „ki a tettes” típusú feladatok csoportmunkában.  | Állampolgári ismeretek: tudatos pénzügyi tervezés.   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | Tétel, bizonyítás, igaz-hamis, „nem”, ”és”, „vagy…, vagy”, „ha…, akkor”, „akkor és csak akkor”  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | A tanuló lássa a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; Tudja megállapítani egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; Tudjon egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Kombinatorika, gráfok**  | **Óraszám** **12**  |
| **Előzetes tudás**  | Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
|  Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása. A szorzási elv alkalmazása. n!, nk típusú feladatok.  | Hétköznapi életből vett feladatok megoldása rendszerezett leszámlálással. Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű feladatokhoz saját szöveg írása, „feladatküldés” csoportmunkában. Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása  |  Sport: csapatjátékok  |
|  Gráf alkalmazása konkrét hétköznapi matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.  | Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában  | Kémia: molekulák szerkezete. Informatika: számítógépes hálózatok felépítése. Földrajz: térképek, úthálózat. Sport. csapatjátékok szemléltetése  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf , gráf csúcsa, él  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására rendszerezéssel
* Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására matematikai problémákban
* Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazására feladatok megoldásában
* Összeszámlálási modellek alkalmazására feladatok megoldásában
* Gráfok alkalmazására konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Hatvány, gyök**  | **Óraszám** **8**  |
| **Előzetes tudás**  | Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Ismerje és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. Műveletek gyökös kifejezésekkel. Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése.  | A pontos érték meghatározása igényének kialakítása A számológép célszerű alkalmazása a szükséges számításokban Többféle bizonyítási lehetőség bemutatása (a *számtani- és mértani közép közti egyenlőtlenség bizonyítására)*  | Fizika: fonalinga lengésideje, rezgésidő kiszámítása   |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
|  Az n-edik gyök fogalma és alkalmazása *n-edik gyök azonosságai*  | A pontos érték kiszámításának igénye, illetve a számológép célszerű alkalmazása a szükséges számításokban.  | Pénzügyi számítások: a kamatláb kiszámítása  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak** | négyzetgyök, n-edik gyök  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | - A négyzetgyök, és az n-edik gyök fogalmának, azonosságainak ismerete, a velük végzett műveletek magabiztos elvégzése mind a pontos érték, mind a közelítő érték meghatározásának tekintetében.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek**  | **Óraszám** **16**  |
| **Előzetes tudás**  | Mérlegelv, egyenletmegoldás lépései, nevezetes azonosságok, egyenlőtlenség fogalma, grafikus megoldás  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése. Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés. Ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Másodfokú egyenletek megoldása. grafikus megoldás teljes négyzetté kiegészítés szorzattá alakítással mérlegelvvel.  | Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve  | Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.    |
| A másodfokú egyenlet megoldóképlete. Diszkrimináns. A gyöktényezős alak.  |   |  |



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok**  | **Óraszám** **8**  |
| **Előzetes tudás**  | Függvény fogalma. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény. Függvények tulajdonságai.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Másodfokú függvények ábrázolása és jellemzése. (Ismétlés) Ábrázolás teljes négyzetté alakítással. Függvénytranszformációk *f (x)+c* ; *f (x +c)*; *c* *f (x)*; |*f (x)|*. | geometriai szerkesztő program használata  | Informatika: függvényábrázolás, grafikonkészítés.  |
| Négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése és függvény transzformációk végrehajtása. (Ismétlés)  |   |   |
| Helyettesítési érték számolása, f(x)=c alapján x meghatározása  |   |   |
| Egyszerű másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati élethez kapcsolódó szélsőértékfeladatok  | megoldása csoportmunkában  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás  |
| **Továbbhaladás feltételei**  | * képlettel adott függvényt hagyományosan és digitálisan ábrázol
* adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, f(x)=c megoldja
* grafikonról leolvas alapvető tulajdonságokat
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Háromszögek**  | **Óraszám** **10**  |
| **Előzetes tudás**  | Derékszögű háromszög, Pitagorasz –tétel. Háromszögek oldalaira és szögeire vonatkozó ismeretek. Speciális háromszögek. Háromszög területe.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Síkbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép használata.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Hegyesszögek szögfüggvényei Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense *Szögfüggvények általánosítása (szinusz), Szinuszfüggvény*  | A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában  |  Fizika: erővektorfelbontása derékszögű összetevőkre  |
| Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében.  | Tetszőlegesen kijelölt háromszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | szinusz, koszinusz, tangens  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben
* alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
* kiszámítja a háromszögek területét
* válaszait megfelelő mértékegységben adja meg
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Négyszögek, sokszögek**  | **Óraszám** **5**  |
| **Előzetes tudás**  | Speciális négyszögek fogalmának , sokszög fogalmának ismerete. Négyszögek külső és belső szögeinek összegére vonatkozó tételek ismerete. Négyszögek és tulajdonságai. Pitagorasz –tétel.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Négyszögek területének meghatározása különböző módszerekkel  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással. Területszámítási feladatok megoldása.  | Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan  |   |
| Szabályos sokszög területének kiszámítása  |   |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög  |
| **Továbbhaladás feltételei**  | * ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
* ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **A kör és részei**  | **Óraszám** **5**  |
| **Előzetes tudás**  | Egyenes arányosság. Kör fogalma, kerülete, területe. Középponti szög.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Körrel kapcsolatos ismeretek bővítése. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek továbbfejlesztése. A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldási képességének fejlesztése. Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése. Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben, más tantárgyakban.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása.  | Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a körív hosszával; különböző méretű körök esetén kapott adatok táblázatba foglalása. Körívekkel készíthető motívumok tervezése.  | Fizika: szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. Földrajz: tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás. Képzőművészet, építészet, modellezés. Természeti környezet, kertépítés.  |
| *Kerületi szög fogalma, tételek.*  |   |   |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * ki tudja számolni a kör részeinek területét, kerületét
* geometriai feladatokban a mértékegységeknek megfelelően adja meg a választ
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Transzformációk, szerkesztések**  | **Óraszám** **10**  |
| **Előzetes tudás**  | Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása a problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.  | Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés  | Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). Földrajz: térképkészítés, térképolvasás.  |
| Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.  | Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában  | Vizuális kultúra: összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.  |
| *Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel.*  |   |   |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya  |
| **Továbbhaladás feltételei**  | * ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát
* ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének, valamint a hasonló testek felszínének, és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Leíró statisztika**  | **Óraszám** **10**  |
| **Előzetes tudás**  | Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, százalékszámítás.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása hagyományos és internetes forrásból. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel. Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont. Adatok értelmezése, következtetések levonása. Grafikus manipulációk felismerése és javítása   | Adatgyűjtés megtervezése, pl. forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés lebonyolítása. A statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, eredmények szemléltetése, értékelése tanulói kiselőadás formájában.  | *Földrajz*: időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.  *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). *Informatika*: adatkezelés, adatfeldolgozás, információ megjelenítés |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.   | Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy jellemezhetők-e az ismert középértékekkel.  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz, szórás  |  |
| **Továbbhaladás feltételei**  | * Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
* Ismeri a módusz és a medián, valamint a szórás fogalmát.
* Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait
 |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  |  **Valószínűségszámítás**  | **Óraszám** **8**  |
| **Előzetes tudás**  | Gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma.  |  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések.  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakoriság, relatív gyakoriság táblázatok készítése Valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon  | Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (dobások szabályos dobókockával, pénzérmével…).  | Informatika: véletlenszám generálás, véletlen események szimulálása  |
| Klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása  | Különböző társasjátékokban nyerési esély meghatározása. Szerencsjátékok esetében nyerési esélyek összehasonlítása.  |   |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség  |
| **Továbbhaladás feltételei**  | - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, fogalmát értelmezi és alkalmazza.  |

**HELYI TANTERV**

**MATEMATIKA**

**11-12. évfolyam**

**heti 3-4 óra**

**A, B**

**2024**

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

**A 11–12. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszáma 186 óra. Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén 38 óra áll rendelkezésre.** *Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.*

**Kerettantervi megfelelés**

2020-as NAT –hoz illeszkedő kerettanterv alapján készült helyi tanterv.

A kerettanterv\* által meghatározott 20 %-os szabad mozgásteret kiegészítő tananyagok és a megtanított ismeretek elmélyítésére oktatására használjuk fel. *Az egyes témakörökben dőlt betűvel jelöltük ezeket a plusz tananyagtartalmakat.*

\* <https://www.oktatas.hu/kozneveles/kerettantervek/2020_nat/kerettanterv_gimn_9_12_evf>

*A Kormány 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelete a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról*

**Heti és éves óraszámok**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **11. évf.**  | **12. évf.**  |
| Kerettantervi óraszámok alapján heti /éves  | 3/108  | 3/87  |
| **Helyi tantervi óraszámok alapján heti/éves**  | **3/108**  | **4/128**  |

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Témakörök a 11-12. évfolyamon**  | **Kerettanterv javasolt** **óraszám** **11-12**  | **Helyi tantervi** **óraszámok** **11. évf.**  | **Helyi tantervi** **óraszámok** **12. évf.**  |
| Halmazok, matematikai logika  | 6  | 0  | 10  |
| Kombinatorika, gráfok  | 10  | 10  | 6  |
| Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése  | 14  | 8  | 0  |
| Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus  | 12  | 18  | 0  |
| Exponenciális folyamatok vizsgálata  | 12  | 12  | 0  |
| Sorozatok  | 18  |   | 24  |
| Trigonometria  | 14  | 14  | 0  |
| Térgeometria  | 20  |   | 24  |
| Koordinátageometria  | 14  | 20  | 0  |
| Leíró statisztika  | 12  | 12  | 6  |
| Valószínűségszámítás  | 16  | 8  | 12  |
| Rendszerező összefoglalás  | 38  |   | 40  |
| **Kerettanterv szerinti összes**  | **186**  | **102**  | **122**  |
| Számonkérés és ismétlés  |  8 | 6  | 6  |
| **Összesen:**  | **194**  | **108**  | **128**  |

# évfolyam

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Kombinatorika, gráfok**  | **Óraszám 10**  |
| **Előzetes tudás**  | Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
|  Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása  A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül  A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában   | Anagramma készítése a tanulók neveiből A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése  |   Földrajz: előrejelzések, tendenciák megfogalmazása Biológiaegészségtan: genetika  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
* konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Számelméleti ismeretek**  | **Óraszám 8**  |
| **Előzetes tudás**  | oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, prímszám, összetett szám, számhalmazok, helyiértékes írásmód 10-es számrendszerben  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Szabályok betartása, korábbi ismeretek alkalmazása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a kapott eredmény összevetése a valósággal. Rendszerezés, kombinatív gondolkodás, számok felépítése prímszámokból, számok osztóinak és többszöröseinek kapcsolata.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból (ismétlés) Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka) Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete Példák irracionális számokra Számhalmazok műveleti zártsága  | Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztrükkök” bemutatása Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények Tanulói kiselőadás a 10estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás Halmazábra elkészítése a számhalmazokról  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
* ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
* érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
* ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus**  | **Óraszám 18**  |
| **Előzetes tudás**  | Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök. Valós számok halmaza  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Hatványozás, négyzetgyök, n-edik gyök (ismétlés) Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén, permanencia-elv A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai  | Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában  |  *Földrajz; biológia-egészségtan*: globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| A logaritmus értelmezése Áttérés más alapú logaritmusra Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához *A logaritmus definíciójára épülő egyszerű logaritmusos egyenlet megoldása.*  | Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel  |  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát
* ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
* ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
* képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
* adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Exponenciális folyamatok vizsgálata**  | **Óraszám 12**  |
| **Előzetes tudás**  | Törtkitevős hatvány, hatványozás azonosságai. Exponenciális egyenletek. Logaritmus fogalma.  |  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása A kiválasztott modellben a probléma megoldása A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve  | Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése  |  Földrajz: erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.  Fizika: radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás)   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket  egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi
* matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
* adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
* a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
* a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
* a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
* ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Trigonometria**  | **Óraszám 14**  |
| **Előzetes tudás**  | Háromszög, négyszög, szabályos sokszög. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A geometriai látásmód fejlesztése. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense. Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei. Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével (Ismétlés)  | Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése  |  Fizika: vektormennyiség felbontása adott állású összetevőkre.   |
| Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása. A szinusztétel bizonyítása A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva  Számítások négyszögekben, sokszögekben. Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása  | Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában  |  Földrajz: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt
* kiszámítja háromszögek területét;
* ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
* átdarabolással kiszámítja sokszögek területét
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Koordinátageometria**  | **Óraszám 20**  |
| **Előzetes tudás**  | Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| A vektor Vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása. A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása Vektorok alkalmazása feladatok megoldásába  | Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában   | Fizika: vonatkoztatási rendszer, hely megadása.  Fizika: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).    |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Vektorok és pontok Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordinátarendszerben Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordinátarendszerben Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján *Háromszög súlypontja. Szakasz harmadolópontja.*  | „Torpedójáték” koordinátarendszerben Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján   |  Informatika: ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).   |
| Egyenes egyenlete *y* = *mx* + *b* vagy *x* = *c* alakban Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái *Normálvektor definíciója, egyenes normálvektoros egyenlete.*   | Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével   |   |
| A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében *Kör és egyenes metszéspontja.*  | „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában
* koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat
* koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
* ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
* egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
* kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
* megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Leíró statisztika**  | **Óraszám 12**  |
| **Előzetes tudás**  | A statisztika alapfogalmai. Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
|  A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése  | Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között A Simpson-paradoxon bemutatása példákon Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása   |  Történelem: népesség összetételére, nemzetiségi adatokra vonatkozó információk értelmezése, elemzése  Informatika: nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal  |
| Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése  | Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
* hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
* ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;  felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Valószínűségszámítás**  | **Óraszám** **8**  |
| **Előzetes tudás**  | A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
|  Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására Példák ismerete független és nem független eseményekre A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása   | Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetelek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában  |   Fizika: egy részecske bolyongásának leírása többdimenziós euklideszi térben [(Brown-mozgás,](https://hu.wikipedia.org/wiki/Brown-mozg%C3%A1s) [Wiener-folyamat](https://hu.wikipedia.org/wiki/Wiener-folyamat)  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza; - ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;  |

**12. évfolyam**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Halmazok, matematikai logika**  | **Óraszám 10**  |
| **Előzetes tudás**  | Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A matematikai logika különböző területeinek felismerése, felfedezése a hétköznapi problémákban  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
|  Halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül Logikai kifejezések megfelelő használata Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása Stratégiai és logikai játékok Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.  | A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével. Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül Logikai készséget fejlesztő játékok Stratégiai játékok, táblás játékok. Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok  | Magyar nyelv és irodalom: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.  Etika: a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | logikai műveletek  |  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
* megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;  tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Sorozatok**  | **Óraszám** **24**  |
| **Előzetes tudás**  | számsorozat fogalma, hatvány és logaritmus fogalma, százalékszámítás  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| A számsorozat fogalmának ismerete Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval  Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege  Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása  | Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása  | Biológia: Fibonacci sorozat felírása, pl. napraforgó, virágszirmok száma, fenyőtoboz, ananász  Életvitel: Kamatos kamat számítás  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása  |  Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével  |  Földrajz: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
* a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
* a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
* ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
* mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Térgeometria**  | **Óraszám** **24**  |
| **Előzetes tudás**  | Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása a különböző testek esetén.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban  | Korábbi ismeretek alkalmazása.  | Földrajz: különböző adatok ismeretében megfelelő, távolságok, szögek kiszámítása, felszínszámítás  |
| A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben  | A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai  |  Fizika: kapcsolat a tömeg, térfogat, sűrűség mennyiségei között, megfelelő mértékegységek alkalmazása  |
| A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással  | Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)  | Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program).  Kémia: kristályok felépítése.  |
| Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása  |   |   |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazás  | Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel  | Vizuális kultúra: A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak méretarányos ábrázolása, felszínének és térfogatának meghatározása becsléssel, méréssel  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét
* sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát
* ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait
* lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
* kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
* ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
* ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Kombinatorika, gráfok**  | **Óraszám 6**  |
| **Előzetes tudás**  | Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
|  Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő összetett sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása, esetvizsgálat Színezési problémák   A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában Az n pontú teljes gráf éleinek száma, alkalmazása gyakorlati feladatokban Fagráfok hétköznapi feladatokban  | Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése Összetett problémák eseteinek felfedezése, vizsgálata Ábrán keresztül színezési lehetőségek konkrét leszámolása Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel alkalmazása gyakorlati feladatokban Sorsolások, családfák modellezése gráfok segítségével  |   Földrajz: előrejelzések, tendenciák megfogalmazása Biológiaegészségtan: genetika  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
* konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Valószínűségszámítás**  | **Óraszám** **12**  |
|  |  |  |
| **Előzetes tudás**  | A valószínűség klasszikus modellje.  |  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. A valószínűség geometriai modellje. Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén. Az ismeretek alkalmazása a gyakorlati életből vett feladatokban.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat) Diszkrét valószínűség eloszlások ábrázolása hagyományos vagy digitális eszközökkel.  | Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése  |  Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).  Életvitel: pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)  |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
* meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **16. Leíró statisztika**  | **Óraszám** **6**  |
| **Előzetes tudás**  | Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, százalékszámítás.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában, Adatok osztályba sorolása, Középértékek megbízhatóságának vizsgálata gyakorlati feladatokban  |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
|  A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése, ábrázolása, elemzése    KSH adatok alapján számítások elvégzése, százalékos összehasonlítás  | Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása   |  Történelem: népesség összetételére, nemzetiségi adatokra vonatkozó információk értelmezése, elemzése  Informatika: nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal  |
| Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése  | Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése  |   |
| **Kulcsfogalmak/Fogalmak**  | reprezentatív minta, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás, átlag, módusz, medián  |
| **Továbbhaladás feltétele**  | * adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
* hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
* ismeri és alkalmazza a különböző diagramokat adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
* felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Témakör**  | **Rendszerező összefoglalás**  | **Óraszám** **40**  |
| **Előzetes tudás**  | A 3,5 év matematika anyaga.  |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai**  | Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| *Gondolkodási módszerek.* Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése. Logikai ismeretek. A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása. A matematikában tanult módszerek. A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv. Kombinatorika, gráfelmélet. A sorbarendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.  |   |   |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| *Számelmélet, algebra.* Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk. Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel. A zsebszámológép használata. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.  |   |   |
| *Sorozatok, függvények.* Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapjainkban. Számtani és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.  |   |   |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények**  | **Ajánlott tevékenységek**  | **Kapcsolódási pontok**  |
| *Geometria.* Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése. Trigonometria. Vektorok, koordinátageometria. A trigonometria és a koordinátageometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.  |   |   |
| *Statisztika, valószínűség.* Adatsokaságok elemzése. Diagramok ismerete, grafikus manipulációk felismerése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.  |   |   |